

LICENCE ÉCONOMIE-GESTION
MATHÉMATIQUES
L1/S1, Année 2024/2025

Correction CC n°2 - 30 minutes

Exercice 1 : Etude de fonction

Soit $f : x \rightarrow (x^2 - 5x + 6)^2$.

- Déterminer l'ensemble de définition de f et calculer la dérivée f (vous pouvez laisser le résultat sous forme factorisée).

f est un polynôme, donc $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$.

$$f'(x) = 2(2x - 5)(x^2 - 5x + 6)$$

- Etudier le signe de $f'(x)$ en fonction de x et dresser le tableau de variation de f . (Inutile d'indiquer les valeurs de f en ses points critiques)

$$2x - 5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{5}{2}$$

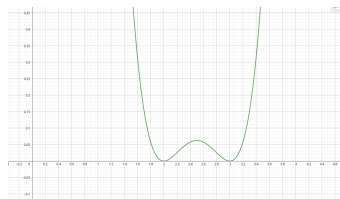
Le discriminant de $X^2 - 5X + 6$ est $\Delta = 25 - 24 = 1$ donc ses racines sont $\frac{5+1}{2} = 3$ et $\frac{5-1}{2} = 2$. Ainsi :

x	$-\infty$	2	$\frac{5}{2}$	3	$+\infty$
$2x - 5$		-	0	+	+
$x^2 - 5x + 6$	+	0	-	0	+
$f'(x)$	-	0	+	0	-
f	$+\infty$				$+\infty$

- Déterminer les points critiques de f ainsi que leur nature.

Les points critiques de f sont 2, qui est un minimum local, $\frac{5}{2}$ qui est un maximum local, et 3 qui est un minimum local.

- Tracer grossièrement la courbe de f .



Exercice 2 : Géométrie

Soient deux vecteurs $\vec{a} = (-2, 6)$ et $\vec{b} = (3, 1)$

1. Calculer les normes $\|\vec{a}\|$, $\|\vec{b}\|$ et $\|\vec{a} + \vec{b}\|$.

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$\|\vec{b}\| = \sqrt{10}$$

$$\|\vec{a} + \vec{b}\| = \|(-2 + 3, 6 + 1)\| = \|(1, 7)\| = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

2. Calculer le produit scalaire $\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle$.

$$\langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = -2 \times 3 + 6 \times 1 = -6 + 6 = 0$$

3. $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont-ils orthogonaux ? Colinéaires ?

Ils sont orthogonaux car leur produit scalaire est nul et non colinéaires car non nuls et orthogonaux.

Exercice 3 : Fonction à deux variables

Soit $g : (x, y) \rightarrow \ln(2y - x^2)$

1. Déterminer le domaine de définition $\mathcal{D}_g$ de g .

$$\mathcal{D}_g = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, y > \frac{x^2}{2}\}$$

2. Pour $(x, y) \in \mathcal{D}_g$, calculer le gradient de g en (x, y) .

$$\frac{\partial g}{\partial x}(x, y) = -\frac{2x}{2y - x^2}$$

$$\frac{\partial g}{\partial y}(x, y) = \frac{2}{2y - x^2}$$

3. Déterminer les points critiques de g dans son domaine de définition.

Soit $(x, y) \in \mathcal{D}_g$.

$$\begin{cases} \frac{\partial g}{\partial x}(x, y) = 0 \\ \frac{\partial g}{\partial y}(x, y) = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} -\frac{2x}{2y - x^2} = 0 \\ \frac{2}{2y - x^2} = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} 2x = 0 \\ 2 = 0 \\ 2y - x^2 \neq 0 \end{cases}$$

Le dernier système comprenant une équation impossible : $Crit_g = \emptyset$