LICENCE ÉCONOMIE-GESTION

MATHÉMATIQUES

L1/S1, Année 2024/2025

CC n°2 - CORRECTION

Exercice 1 : Étude de fonction

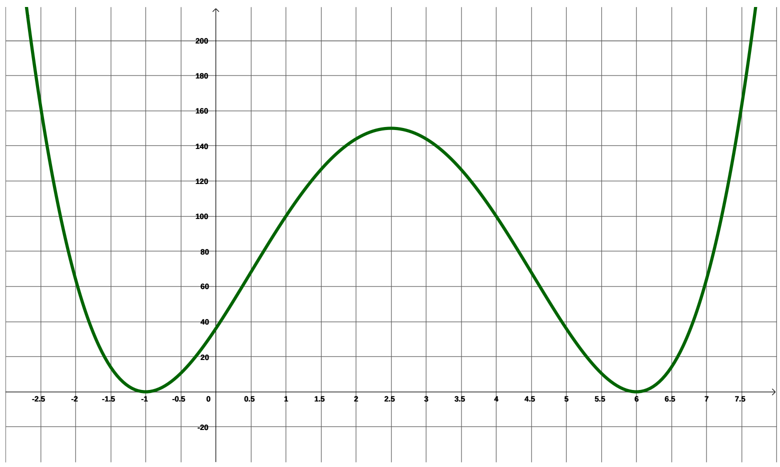
1. $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}$ et $f'(x) = 2(2x-5)(x^2-5x-6)$.

2.
   - $2x - 5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \dfrac{5}{2}$
   - Le discriminant de $X^2 - 5X - 6$ est $\Delta = 25 + 24 = 49$ donc ses racines sont $\frac{5+7}{2} = 6$ et $\frac{5-7}{2} = -1$.

x	$-\infty$		-1		$\frac{5}{2}$		6		$+\infty$
$2x-5$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
x^2-5x-6		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
f	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

3. Les points critiques de f sont -1, 6 et $\frac{5}{2}$. -1 et 6 sont des minimums locaux, et $\frac{5}{2}$ est un maximum local.

4. $f(x) = (x^2 - 5x - 6)^2$.



Exercice 2 : Géométrie

1. - $||\vec{a}|| = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$.
   - $||\vec{b}|| = \sqrt{10}$.
   - $||\vec{a}+\vec{b}|| = ||(-2+3, 6+1)|| = ||(1,7)|| = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$.
     $\boxed{ou}$ $||\vec{a}+\vec{b}||^2 = 40 + 10 + 2\langle \vec{a}, \vec{b}\rangle = 50$, donc $||\vec{a}+\vec{b}|| = 5\sqrt{2}$.
2. $\langle \vec{a}, \vec{b}\rangle = -2 \times 3 + 6 \times 1 = -6 + 6 = 0$
3. Ils sont orthogonaux car leur produit scalaire est nul. Étant orthognaux et non nuls, ils sont donc non colinéaires.

Exercice 3 : Fonction à deux variables
Soit $g : (x, y) \to \ln(2y - x^2)$

1. $\mathcal{D}_g = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2,\ 2y > x^2\}$.
2. $\dfrac{\partial g}{\partial x}(x, y) = -\dfrac{2x}{2y - x^2}$ et $\dfrac{\partial g}{\partial y}(x, y) = \dfrac{2}{2y - x^2}$.
3. Soit $(x, y) \in \mathcal{D}_g$.

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{\partial g}{\partial x}(x,y) = 0 \\ \dfrac{\partial g}{\partial y}(x,y) = 0 \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{l} -\dfrac{2x}{2y - x^2} = 0 \\ \dfrac{2}{2y - x^2} = 0 \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{l} 2x = 0 \\ 2 = 0 \end{array}\right.$$

Donc $Crit(g) = \emptyset$.