Examen (session de rattrapage – juin 2024)

Durée 2h (+ tiers temps). Tout document et objet électronique sont interdits.

Exercice 1 (2 pts)

Déterminer les racines du polynôme

$$P(x) = 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3.$$

Exercice 2 (1/1=2 pts)

Représenter graphiquement (et séparément) les ensembles suivants.

1. $\Omega_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq |x + 1|\}$.
 2. $\Omega_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 2x - 4y \geq 2\}$.
-

Exercice 3 (0,5/0,5/0,5/0,5/0,5/0,5=3 pts)

On pose

$$P = (1, -1), \quad Q = (2, 1), \quad \vec{d} = (2, -1).$$

1. Déterminer le vecteur $\overrightarrow{PQ}$.
 2. Calculer la distance euclidienne entre les points P et Q .
 3. Donner l'équation paramétrique de droite D qui part de Q et dirigée par $\vec{d}$.
 4. Représenter graphiquement la droite D .
 5. Déterminer si $\vec{d}$ et $\overrightarrow{PQ}$ sont colinéaires.
 6. Déterminer si $\vec{d}$ et $\overrightarrow{PQ}$ sont orthogonaux.
-

Exercice 4 (1/1/2/2/1/2=9 pts)

On considère la fonction

$$f(x) = 4x^{5/2} - 5x^2.$$

1. Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de f .
 2. Calculer la dérivée première de f .
 3. Étudier le signe de f' et représenter le tableau de variation de f .
 4. Déterminer la nature des éventuels points critiques de f (point de maximum local, de minimum local, ou d'inflexion).
 5. Calculer la dérivée seconde de f .
 6. Déterminer si f est convexe et/ou concave sur son ensemble de définition.
-

Exercice 5 (0,5/1,5/1=3 pts)

On considère la fonction

$$u(x, y, z) = 3xy - 30yz + 6z^2 + 3x.$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de u .
2. Calculer les dérivées partielles

$$\frac{\partial u}{\partial x}, \quad \frac{\partial u}{\partial y}, \quad \frac{\partial u}{\partial z}.$$

3. Déterminer les éventuels points critiques de u .
-

Exercice 6 (1/1=2 pts)

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer si elle est affine, en justifiant la réponse. (Toute réponse sans justification n'apportera aucun point.)

1. $u(x, y, z) = 2x - z + 4$
 2. $g(x, y) = 3xy$
-