

---

## Examen

---

Tout document et outil électronique interdit.

### Exercice 1

Représenter graphiquement l'ensemble  $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq |x^2 - 2x - 3|\}$ .

### Exercice 2

Soit  $u(x, y) = x^3y + \sqrt{y+2x} - 2x$ .

1. Déterminer l'ensemble de définition de  $u$ .
2. Calculer le gradient de  $u$ .
3. Calculer la matrice Hessienne de  $u$ .

### Exercice 3

Soit  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 \ln x$ .

1. Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ .
2. Calculer la dérivée première de  $f$ .
3. Calculer la dérivée seconde de  $f$ .
4. Étudier le signe de  $f'$  et représenter le tableau de variation de  $f$ .
5. Déterminer la nature des éventuels points critiques de  $f$  (point de maximum local, de minimum local, ou d'inflexion).

### Exercice 4

Soient  $P = (0, 1, 0)$  et  $\vec{u} = (1, 3, -2)$ .

1. Calculer la norme du vecteur  $\vec{u}$ .
2. Donner l'équation paramétrique de la droite qui passe par  $P$  et dirigée par le vecteur  $\vec{u}$ .

### Exercice 5

Soient  $\vec{a} = (1, s, -t)$  et  $\vec{b} = (s+1, 2, 1)$ .

1. Déterminer les relations que  $s, t \in \mathbb{R}$  doivent satisfaire pour que les vecteurs  $\vec{a}$  et  $\vec{b}$  soient colinéaires.
2. Déterminer les relations que  $s, t \in \mathbb{R}$  doivent satisfaire pour que les vecteurs  $\vec{a}$  et  $\vec{b}$  soient orthogonaux.

### Exercice 6

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer si elle est affine, en justifiant la réponse.

1.  $f(x, y) = \sqrt{x-y}$
2.  $g(x, y) = x - y + 3$
3.  $u(x) = 2e^{-x} - 4x$
4.  $v(x) = \sqrt{x^2}$

### Exercice 7

Donner la définition de sous-ensemble convexe dans  $\mathbb{R}^n$ .